BÖLÜM VII

2^k ve 3^k FAKTÖRİYEL TASARIMLAR

Bir faktöriyel tasarımda bağımlı değişkeni aynı anda etkileyen çok sayıda faktör olabilir. Bu faktörlerin düzeyleri nitel veya nicel türden olabilir. Eğer faktör olarak; yaş, sıcaklık, basınç v.s alınırsa düzeyleri nicel türden; makine türü, kurs türü, sınıf v.s. alınırsa düzeyleri nitel türden olacaktır. Faktörlerin düzeylerinin sayısı ve belirlenmesi araştırmacı tarafından yapılır. Faktöriyel tasarımlar faktörlerin sayısına ve faktör düzeylerinin sayısına göre adlandırılmaktadır. En basit faktöriyel tasarım 2^2-tasarımıdır. Bunun anlamı araştırmada iki faktör ve her bir faktörün de iki düzeyi vardır. Yani bu deney tasarımında $2^2 = 4$ tane deneme kombinasyonu vardır. 2^3 faktöriyel tasarımında ise üç faktör ele alınmış ve her bir faktör 2'şer düzeyli olup, deneme kombinasyonlarının sayısı $2^3 = 8$ tanedir. Ancak; bir $2 \times 3 \times 5$ faktöriyel tasarımında yine üç tane faktör vardır. Fakat birinci faktör iki düzeyli, ikinci faktör 3 düzeyli ve üçüncü faktör ise 5 düzeyli olup, deneme kombinasyonlarının sayısı $2 \times 3 \times 5 = 30$ olacaktır.

VII.1 2^2 Faktöriyel Tasarımı

Bir 2^2 faktöriyel deney tasarımında her biri ikişer düzeye sahip olan A ve B gibi iki faktör tarafından bağımlı değişkenin etkilendiği düşünülmektedir. Bu tasarım için model denklemi;

$$Y_{ijk} = \mu_{...} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{k(ij)} \ , \ i = 1,2; \ \ j = 1,2; k = 1,2,\dots,n \qquad (7.1)$$

şeklindedir. Burada;

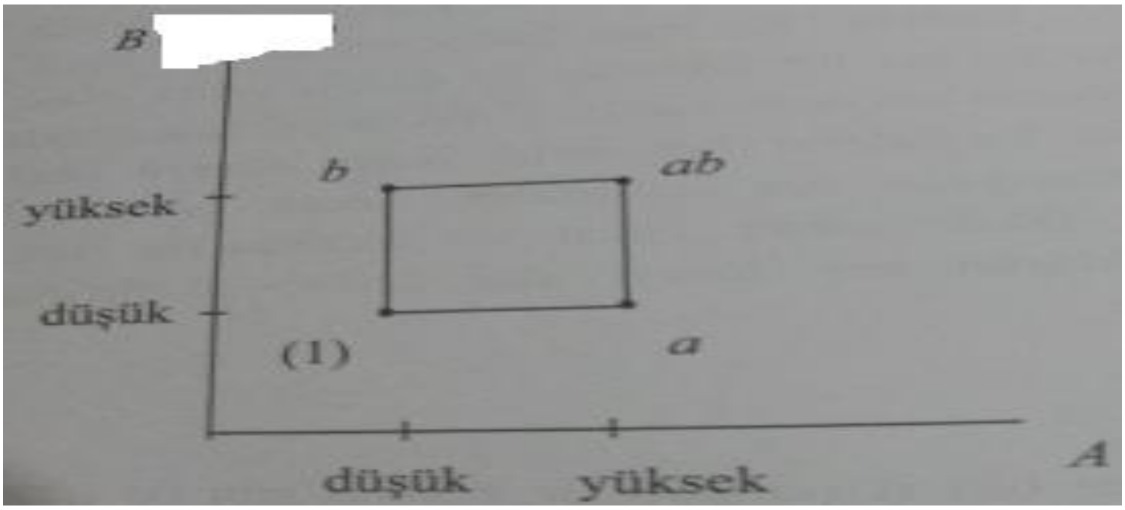
Y_{ijk} : A faktörünün i-nci düzeyinde ve B faktörünün j-nci düzeyinde k-ncı birime ait gözlem değeri
$\mu_{...}$: Genel kitle ortalaması
α_i : A faktörünün i-nci düzey etkisi, $(\alpha_i = \mu_{i..} - \mu_{...})$
β_j : B faktörünün j-nci düzey etkisi, $(\beta_j = \mu_{.j.} - \mu_{...})$
$\alpha\beta_{ij}$: Etkileşim etkisi, $(\alpha\beta_{ij} = \mu_{ij.} - \mu_{i..} - \mu_{.j.} + \mu_{...})$
$\varepsilon_{k(ij)}$: Hata terimidir.

Bu model kapsamında test edilecek hipotezler:

i) A faktörünün etkisinin önemliliği için; $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ $H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2$	ii) B faktörünün etkisinin önemliliği için; $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ $H_1 : \beta_1 \neq \beta_2$	iii) AB etkileşim etkisinin önemliliği için; $H_0 : \alpha\beta_{11} = \alpha\beta_{12} = \alpha\beta_{21} = \alpha\beta_{22} = 0$ $H_1 : \exists\alpha\beta_{ij} \neq 0$

şeklinde ifade edilir.

Bu faktöriyel tasarım için $2^2 = 4$ tane deneme kombinasyonu vardır. 2^2 faktöriyel tasarımda deneme kombinasyonları, Şekil 7.1'de verildiği gibi, A ve B faktörlerinin düşük ve yüksek düzeyleri koordinat eksenleri üzerinde sırası ile "0 ve 1" olarak gösterilebilir. Burada "0" faktörlerin düşük düzeylerine "1" ise yüksek düzeylerine karşılık gelmektedir. Böylece deneme kombinasyonları ve onlara karşılık gelen yeni notasyonlar Tablo 7.1'deki gibi düzenlenir.



Şekil 7.1 2^2 Faktöriyel Tasarımda Deneme Kombinasyonlarının Geometrik Gösterimi

Tablo 7.1 2^2 Faktöriyel Tasarımda Deneme Kombinasyonları

	Deneme Kombinasyonları	
***A* düşük *B* düşük**	00	(1)
***A* yüksek *B* düşük**	10	a
***A* düşük *B* yüksek**	01	b
***A* yüksek *B* yüksek**	11	ab

Deneme kombinasyonlarında n tekrar olduğunda, A faktörünün ortalama etkisi B faktörünün düşük ve yüksek düzeylerindeki $[a-(1)]/n$ ve $[ab-b]$/n 'nin toplamının yarısıdır. Yani;

$$A=\frac{1}{2n}\{[ab-b]+\ [a-(1)]\}=\frac{1}{2n}[-(1)+a-b+ab] \tag{7.2}$$

dir. Bu eşitlikte $n=1$ olduğunda, Eşitlik (7.2)'nin sol tarafı $2A$; $n=2$ olduğunda sol taraf $4A$; … v.s olacaktır. Her durumda eşitliğin sağ tarafı A faktörünün toplam etkisini verecektir.

Benzer şekilde, n tekrar olduğunda, B faktörünün ortalama etkisi A faktörünün düşük ve yüksek düzeylerindeki $[b-(1)]/n$ ve $[ab-a]$/n 'nin toplamının yarısıdır. Yani;

$$B=\frac{1}{2n}\{[ab-a]+\ [b-(1)]\}=\frac{1}{2n}[-(1)-a+b+ab] \tag{7.3}$$

olur. AB etkileşim etkisi ise B faktörünün yüksek ve düşük düzeyinde A faktörünün etkileri arasındaki ortalama farktır. Bu ise

$$AB=\frac{1}{2n}\{[ab-b]-[a-(1)]\}=\frac{1}{2n}[(1)-a-b+ab] \tag{7.4}$$

şeklinde ifade edilir.

Eşitlik (7.2), (7.3) ve (7.4)'de $n=2$ alındığında toplam etkiler;

$$4A=[-(1)+a-b+ab]$$

$$4B=[-(1)-a+b+ab] \tag{7.5}$$

$4AB = [(1) - a - b + ab]$

olacaktır. Eşitlik (7.5)'deki denklemlerin sol tarafında yer alan terimler hem ana faktörler için hem de etkileşim için toplam etkiyi göstermekte olup, bu toplam etkilerde bulunan katsayılar genel olarak, k faktör sayısı ve n tekrar sayısı olmak üzere $n \times 2^{k-1}$ ile de hesaplanabilir. Örneğin $k = 2$ ve $n = 2$ iken $n \times 2^{k-1} = 2 \times 2^{2-1} = 4$ elde edilir. Ayrıca Eşitlik (7.5) ile verilen eşitlikler birer doğrusal bağıntı olup, her bir doğrusal bağıntı için katsayılar toplamının sıfır olduğu görülmektedir. Bir 2^2 faktöriyel tasarımında etkilere ait katsayılar Tablo 7.2'de verilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken bir durum AB etkileşim etkisinin katsayılarının A ve B ana etkilere ait katsayıların çarpımından elde edilmesidir.

Tablo 7.2 Bir 2^2 faktöriyel tasarımında etkilere ait katsayılar

Deneme Kombinasyonları	**ETKİLER**		
	A	**B**	**AB**
(1)	-	-	+
a	+	-	-
b	-	+	-
ab	+	+	+

Tablo 7.1'e göre etkilerin katsayılarının iç çarpımları sıfıra eşit olduğundan bu etkiler birbirine diktir. Bir 2^2 faktöriyel tasarımında veri düzeni Tablo 7.3'deki gibi verilebilir:

Tablo 7.3 2^2 Faktöriyel Tasarımında Veri Düzeni

A Faktörü	**B Faktörü**	
	Düşük (0)	**Yüksek (1)**
Düşük (0)	$Y_{111}, Y_{112}, \dots, Y_{11n}$	$Y_{121}, Y_{122}, \dots, Y_{12n}$
Yüksek (1)	$Y_{211}, Y_{212}, \dots, Y_{21n}$	$Y_{221}, Y_{222}, \dots, Y_{22n}$

Eşitlik (7.2), (7.3) ve (7.4)'de verilen doğrusal bağıntıların her birisi için kareler toplamı ile Genel kareler toplamı ve Hata kareler toplamı sırasıyla;

$$KT_A = \frac{[-(1)+a-b+ab]^2}{n \times 2^2} \quad (7.6)$$

$$KT_B = \frac{[-(1)-a+b+ab]^2}{n \times 2^2} \quad (7.7)$$

$$KT_{AB} = \frac{[(1)-a-b+ab]^2}{n \times 2^2} \quad (7.8)$$

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad (7.9)$$

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_A - KT_B - KT_{AB} \tag{7.10}$$

şeklinde elde edilir. Böylece 2^2 faktöriyel tasarımı için ana etkiler ile etkileşim etkisinin önemliliği ile ilgili hipotezleri test etmede gerekli olan test istatistiklerinin türetilmesi işlemleri Tablo 7.4'de verilen varyans analizi tablosu ile özetlenebilir.

Tablo 7.4 2^2 Faktöriyel Tasarımı İçin Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı	**s.d.**	**KT**	**KO**	**Test İstatistiği**
A	1	KT_A	KO_A	$F_A = KO_A/KO_{Hata}$
B	1	KT_B	KO_B	$F_B = KO_B/KO_{Hata}$
AB	1	KT_{AB}	KO_{AB}	$F_{AB} = KO_{AB}/KO_{Hata}$
Hata	$2^2(n-1)$	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	N-1	KT_{Genel}		

Karar: <u>A faktörünün etkisinin önemliliği için</u>; α önem seviyesinde kritik eğer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_A > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir ve böylece A faktörünün etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_A \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece A faktörünün etkisi önemli değildir.

<u>B faktörünün etkisinin önemliliği için</u>; α önem seviyesinde kritik eğer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_B > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir ve böylece B faktörünün etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_B \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece B faktörünün etkisi önemli değildir.

<u>AB etkileşim etkisinin önemliliği için</u>; α önem seviyesinde kritik eğer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{AB} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir ve böylece AB etkileşim etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_{AB} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece AB etkileşim etkisi önemli değildir.

Örnek 7.1 Yapılan bir çalışmada erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerinin hangi faktör/ler veya etkileşim tarafından etkilendiği araştırılıyor. Bu çalışmada, bağımlı değişkeni etkileyen iki faktör ele alınıyor. Bunlar Yüzücülerin yaşı ve ağırlıklarıdır. Yaş faktörünün düzeyleri düşük (yaş<35) ve yüksek (yaş≥35) iken, ağırlık faktörünün düzeyleri düşük (ağırlık<70) ve yüksek (ağırlık≥70) şeklinde belirlenmiş olsun. Deneme kombinasyonlarında 2 tekrar olduğu varsayımı altında elde edilen veriler aşağıda verilmiştir. Buna göre;

a) Problemin analizi için uygun deney tasarımını ve model denklemini belirleyiniz?

b) Model kapsamında test edilebilecek hipotezleri belirleyiniz**?**

c) Ana etkiler ve etkileşim için ortalama etkileri ve toplam etkileri hesaplayınız?

d) Varyans analizi tablosunu düzenleyiniz.

e) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde yaş faktörünün etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

f) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde ağırlık faktörünün etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

g) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde yaş×ağırlık etkileşim etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

Deneme Kombinasyonları	**Tekrar**			
		I	II	Toplam
A Düşük B Düşük	**(1)**	5	4	9
A Yüksek B Düşük	**a**	6	7	13
A Düşük B Yüksek	**b**	9	10	19
A Yüksek B Yüksek	**ab**	11	12	23
$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} Y_{ijk}^2$		263	309	$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 = 572$; $T_{...} = 64$

Çözüm: a) Bağımlı değişken (Y): Erkek yüzücülerin100 metreyi yüzme süresi (sn)… Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi oranlama

A Faktörü : Yüzücünün yaşı… Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi sıralama

Faktör düzeyleri: $\begin{cases} Düşük\ (yaş < 35) \\ Yüksek\ (yaş \geq 35) \end{cases}$ olup 2 düzeyi var. Bağımsız gruplar

B Faktörü: Yüzücünün ağırlığı… Nicel, sürekli ve ölçme düzeyi sıralama

Faktör düzeyleri: $\begin{cases} Düşük\ (ağırlık < 70) \\ Yüksek\ (ağırlık \geq 70) \end{cases}$ olup 2 düzeyi var. Bağımsız gruplar

Bu açıklamaların ışığında problemin çözümü için uygun istatistiksel deney tasarımı 2^2 Faktöriyel Tasarımıdır. Deneme kombinasyonlarının sayısı $2^2 = 4$ tanedir. Her deneme kombinasyonunda $n = 2$ tekrar söz konusu olduğundan, bağımlı değişken üzerinde A ve

Bfaktörlerinin yanısıra etkileşim etkisi de önemli olabilir. Bu durumda model denklemi Eşitlik (7.1)'de verildiği gibidir:

$$Y_{ijk} = \mu_{...} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{k(ij)} \;,\; i = 1,2;\;\; j = 1,2; k = 1,2; (n = 2)$$

b) Model kapsamında test edilebilecek hipotezler:

***A* Faktörü (Yüzücünün yaşı) için:**

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaşın etkisi önemsizdir)

$H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaşın etkisi önemlidir)

***B* Faktörü (Yüzücünün ağırlığı için)**

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine ağırlığın etkisi önemsizdir)

$H_1 : \beta_1 \neq \beta_2$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine ağırlığın etkisi önemlidir)

Etkileşim etkisi için

$H_0 : \alpha\beta_{11} = \alpha\beta_{12} = \alpha\beta_{21} = \alpha\beta_{22} = 0$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaş ve ağırlığın etkileşim etkisi önemsizdir)

$H_1 : \exists\alpha\beta_{ij} \neq 0$ (Erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaş ve ağırlığın etkileşim etkisi önemlidir)

c) Ana etkiler ve etkileşim için ortalama etkileri Eşitlik (7.2), (7.3) ve (7.4) ile bulunur.

A faktörü için ortalama etki; $A = \frac{1}{2n}[-(1) + a - b + ab] = \frac{1}{2\times2}[-9 + 13 - 19 + 23] = 2$

B faktörü için ortalama etki; $B = \frac{1}{2n}[-(1) - a + b + ab] = \frac{1}{2\times2}[-9 - 13 + 19 + 23] = 5$

AB etkileşimi için ortalama etki; $AB = \frac{1}{2n}[(1) - a - b + ab] = \frac{1}{2\times2}[9 - 13 - 19 + 23] = 0$

Ana etkiler ve etkileşim için toplam etkiler ise tekrar sayısı $n = 2$ olduğundan Eşitlik (7.5)'de verilen denklemlerden hesaplanır.

A faktörü için toplam etki; $4A = [-(1) + a - b + ab] = 4 \times 2 = 8$

B faktörü için toplam etki; $4B = [-(1) - a + b + ab] = 4 \times 5 = 20$

AB etkileşimi için toplam etki; $4AB = [(1) - a - b + ab] = 4 \times 0 = 0$ elde edilir.

d) Varyans analizi tablosu:

Değişim Kaynağı	s.d.	KT	KO	Test İstatistiği
A (Yaş)	1	8	8	$F_A = \frac{8}{0,5} = 16$
B (Ağırlık)	1	50	50	$F_B = \frac{50}{0,5} = 100$
AB (yaş×Ağırlık)	1	0	0	$F_{AB} = \frac{0}{0,5} = 0$
Hata	$2^2(n-1) = 4$	2	0,5	
Genel	$N - 1 = 7$	60		

$N = 2^2 \times n = 2^2 \times 2 = 8 \ldots$ Toplam gözlem sayısı

$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{N} = 572 - \frac{(64)^2}{8} = 60$

$KT_A = \frac{[-(1)+a-b+ab]^2}{n \times 2^2} = \frac{[-9+13-19+23]^2}{2 \times 2^2} = 8$

$KT_B = \frac{[-(1)-a+b+ab]^2}{n \times 2^2} = \frac{[-9-13+19+23]^2}{2 \times 2^2} = 50$

$KT_{AB} = \frac{[(1)-a-b+ab]^2}{n \times 2^2} = \frac{[9-13-19+23]^2}{2 \times 2^2} = 0$

$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_A - KT_B - KT_{AB} = 60 - 8 - 50 - 0 = 2$

e) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde yaş faktörünün etkisinin önemliliği;

$F_A = 16$ ve $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha} = F_{1\,;\,4\,;\,0{,}05} = 7{,}71$ olup, $F_A > F_t$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Yani erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaşın etkisi önemlidir.

f) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde ağırlık faktörünün etkisinin önemliliği;

$F_B = 100$ ve $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha} = F_{1\,;\,4\,;\,0{,}05} = 7{,}71$ olup, $F_B > F_t$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Yani erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine ağırlığın etkisi önemlidir.

g) Yüzücülerin 100 metreyi yüzme süreleri üzerinde yaş×ağırlık etkileşim etkisinin önemliliği;

$F_{AB} = 0$ ve $\alpha = 0{,}05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{1\,;\,2^2(n-1)\,;\,\alpha} = F_{1\,;\,4\,;\,0{,}05} = 7{,}71$ olup, $F_{AB} < F_t$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Yani erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine yaş ve ağırlığın etkileşim etkisi önemsizdir.

NOT: Bir 2^2 faktöriyel tasarımda tekrar sayısı $n = 1$ olduğunda hata terimine serbestlik derecesi kalmayacaktır. Bu durumda en yüksek dereceden etkileşim (ki bu tasarım için AB etkileşim en yüksek dereceden etkileşimdir) hata terimi olarak kullanılabilir. Ancak en yüksek dereceden etkileşimi test etmek mümkün olmaz.

7.2 2^2 Faktöriyel Tasarımda Yates Yöntemi

Yates yöntemi 2^2 faktöriyel tasarımda kullanılan doğrusal bağıntıları daha basit bir şekilde elde edilmesi amacı ile kullanılmaktadır. Bu yöntemin uygulanışı Tablo 7.5'de verilmiştir. Toplam 6 sütundan oluşan bu tabloda sütunların anlamları:

I nci sütun: Tüm deneme kombinasyonları standart bir sırada listelenir.

II nci sütun: Her bir deneme kombinasyonuna karşılık gelen bağımlı değişken toplam değerleri yazılır.

III ncü sütun: Bu sütunu oluşturmak için ilk olarak toplam değerler sırası ile ikili toplanır, sonra aynı ikililer tekrar ele alınarak ikinciden birinci çıkartılmak suretiyle sütun tamamlanır.

IVncü sütun: Bu sütunda da aynı işlemler, yani III ncü sütunda uygulanan işlemler III ncü sütun temel alınarak yeniden yapılır. (Bu işleme faktör sayısı kadar devam edilir. Faktör sayısı (k) kadar bu işlem tekrarlandıktan sonra elde edilen son sütundaki değerler doğrusal bağıntıların sayısal değerlerini, yani toplam etkileri gösterecektir.) Faktör sayısı $k = 2$ iken söz konusu işlem iki kere uygulanır ve IV ncü sütun doğrusal bağıntıları sayısal değerlerini gösterir.

V nci sütun: Her bir deneme kombinasyonuna karşılık gelen etkiler listelenir

VI ncı sütun: Her bir doğrusal bağıntının kareler toplamları elde edilir. Bunun için IV ncü sütundaki değerlerin kareleri alınır ve $N = n \times 2^k$ değerine bölünür. Kareler toplamını veren bu sütundaki ilk sonuç, düzeltme terimini verir.

Tablo 7.5 Yates Yöntemi ile Doğrusal Bağıntıların ve Kareler Toplamlarının Hesaplanması

I-nci Sütun	**II-nci Sütun**	**III-nci Sütun**	**IV-nci Sütun**	**V-nci Sütun**	**VI-nci Sütun**
Deneme Kombinasyonları	**Bağımlı değişken toplam değeri**	**(1)**	**(2)**	**Etki**	**KT**
(1)	T_1	$T_1 + T_2$	$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = T_{...}$	-----	$\frac{(T_{...})^2}{N}$
a	T_2	$T_3 + T_4$	$T_2 - T_1 + T_4 - T_3 = 4A$	A	$\frac{(4A)^2}{N}$
b	T_3	$T_2 - T_1$	$T_3 + T_4 - T_1 - T_2 = 4B$	B	$\frac{(4B)^2}{N}$
ab	T_4	$T_4 - T_3$	$T_4 - T_3 - T_2 + T_1 = 4AB$	AB	$\frac{(4AB)^2}{N}$

Örnek uygulama olarak Örnek 7.1de verilen erkek yüzücülerin 100 metreyi yüzme sürelerine ilişkin verileri kullanarak gerekli hesaplamaları yapalım.

I-nci Sütun	**II-nci Sütun**	**III-nci Sütun**	**IV-nci Sütun**	**V-nci Sütun**	**VI-nci Sütun**
Deneme Kombinasyonları	**Bağımlı değişken toplam değeri**	**(1)**	**(2)**	**Etki**	**KT**
(1)	9	9+13=22	22+42=64= $T_{...}$	----	$\frac{(T_{...})^2}{N} = \frac{(64)^2}{8} = 512$
a	13	19+23=42	4+4=8=4A	A	$KT_A = \frac{8^2}{8} = 8$
b	19	13-9=4	42-22=20=4B	B	$KT_B = \frac{(20)^2}{8} = 50$
ab	23	23-19=4	4-4=0=4AB	AB	$KT_{AB} = \frac{0^2}{8} = 0$